Correction partielle TD n° 2

2.1. Application numérique

① Rayon du tore ≠ Rayon de la section du tore r

$$r = \frac{r_e - r_i}{2}$$

$$\Rightarrow S = \pi r^2 = \frac{\pi}{4}(r_e - r_i)^2$$

$$\boxed{S = 1{,}963 \cdot 10^{-3}\,m^2 = 19{,}63\,cm^2}$$

② $\mathcal{R} = \dfrac{l}{\mu S}$ → l : longueur du tore ; S : section du tore ; μ : perméabilité magnétique du matériau.

$l = 2\pi r_t$ avec $r_t = \dfrac{r_i + r_e}{2}$ (rayon du tore) (on se place au milieu du CMP).

$\mu = \mu_0 \mu_r$

$$\Rightarrow \mathcal{R} = \frac{2\pi r_t}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{\cancel{2}\pi \times \frac{r_i + r_e}{\cancel{2}}}{\mu_0 \mu_r S}$$

$$\mathcal{R} = \frac{\pi (r_i + r_e)}{\mu_0 \mu_r S} = \frac{\cancel{\pi}(r_i + r_e)}{4\cancel{\pi} \cdot 10^{-7} \mu_r S}$$

$$\boxed{\mathcal{R} = 1{,}59 \cdot 10^5\ H^{-1}}$$

③ On applique la loi de Hopkinson

$$V_B - V_A = e - \mathcal{R}_{AB}\phi$$

$A = B \Rightarrow e - \mathcal{R}\phi = 0 \Rightarrow \phi = \dfrac{e}{\mathcal{R}}$ (e → force magnétomotrice)

Or $e = nI \Rightarrow$

$$\boxed{\phi = \frac{nI}{\mathcal{R}} = 1{,}57\ mWb}$$

④

$$\boxed{L = \frac{n^2}{\mathcal{R}} = 1{,}57\ H}$$

(5)

$$\boxed{B = \frac{\phi}{S} = 0{,}8\,T}$$

(6) On a vu la formule

$$dW_{mag} = ni\,d\phi.$$

On calcule

$$W_{mag} = \int dW_{mag} = \int ni\,d\phi$$

⚠ i et ϕ sont liés l'un à l'autre. On ne peut sortir i de l'intégrale.

$$W_{mag} = \int ni\,d\Big(\overbrace{\frac{ni}{\mathcal{R}}}^{\text{Hopkinson}}\Big)$$

$$W_{mag} = \frac{n^2}{\mathcal{R}}\int i\,di$$

$$\Rightarrow W_{mag} = \frac{1}{2}Li^2$$

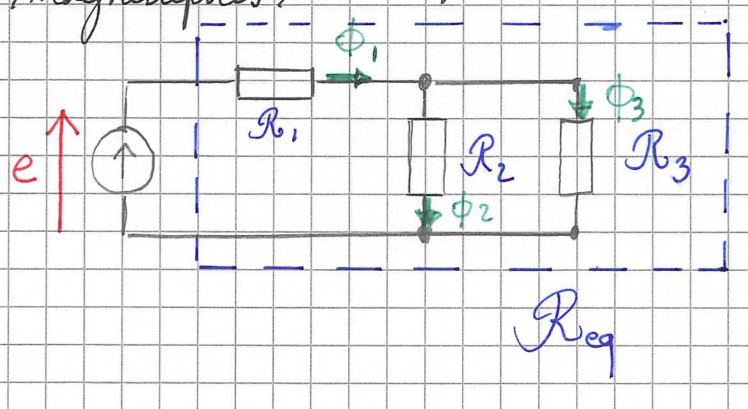
Or $i(t) = I \Rightarrow \boxed{W_{mag} = \frac{1}{2}LI^2 = 0{,}19\,J}$

2.2. Capteur de robot filoguidé

Exercice non corrigé, non traité en séance. On se contente d'expliquer le principe du capteur.

2.3. Analogie électricité magnétisme

(1) On dessine un schéma qui a la forme d'un schéma électrique mais le grandeurs qui y figurent sont magnétiques.



e = force magnétomotrice.

② $\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu S} = \frac{l_1}{\mu_0 \mu_r S} = \underline{7,958 \cdot 10^4 \ H^{-1}}$

$\mathcal{R}_2 = \frac{l_2}{\mu S} = \underline{2,653 \cdot 10^4 \cdot H^{-1}}$

$\mathcal{R}_3 = \frac{l_3}{\mu S} = \mathcal{R}_1 = \underline{7,958 \cdot 10^4 \ H^{-1}}$

③ Comme il existe des analogies de la loi des mailles et de la loi des noeuds, on peut calculer des réluctances équivalentes comme on le fait pour les résistances électriques (voir schéma en ①)

$$\mathcal{R}_{eq} = \mathcal{R}_1 + \mathcal{R}_2 // \mathcal{R}_3 = \mathcal{R}_1 + \frac{\mathcal{R}_2 \mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_2 + \mathcal{R}_3}$$

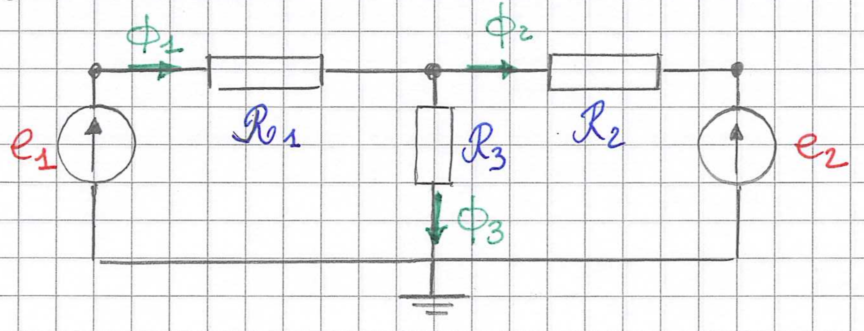
$$\boxed{\mathcal{R}_{eq} = 9,95 \cdot 10^4 \ H^{-1}}$$

④ $L = \frac{n^2}{\mathcal{R}} \Rightarrow n = \sqrt{L \mathcal{R}}$

$\Rightarrow \boxed{n \simeq 45 \text{ spires}}$ On ne tombe pas exactement sur un entier.

2.4. Limites de l'analogie

① Cette fois-ci, on a deux forces magnétomotrices puisque deux bobines.



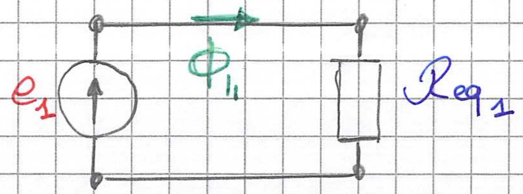
On calcule d'abord les deux f.m.m. puis les 3 flux puis les 3 inductions.

Forces magnétomotrices : $e_1 = n_1 I_1$

$e_2 = -n_2 I_2$ ⚠ règle d'Ampère.

Flux magnétiques : Comme on a 2 f.m.m, on calcule ϕ_1 en utilisant le théorème de superposition (voir cours de M. LACOUTURE).

- On conserve e_1 et on "court-circuite" e_2

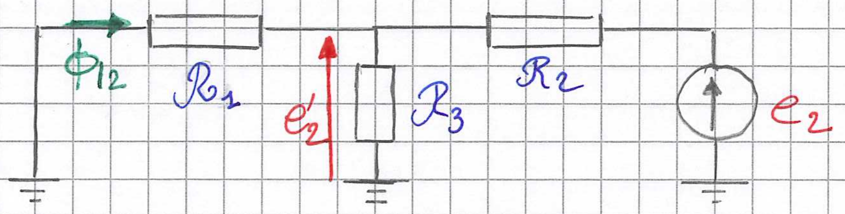


$$\mathcal{R}_{eq_1} = \mathcal{R}_1 + \frac{\mathcal{R}_2\mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_3}$$

$$\mathcal{R}_{eq_1} = \frac{\mathcal{R}_1(\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_3)+\mathcal{R}_2\mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_3}.$$

$$\Rightarrow \Phi_{11} = \frac{e_1}{\mathcal{R}_{eq_1}} = \frac{(\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_3)\,n_1 I_1}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3+\mathcal{R}_2\mathcal{R}_3}$$

- On reprend e_2 mais on « court-circuite » e_1



Pont diviseur $\Rightarrow$

$$e_2' = \frac{\mathcal{R}_1 /\!/ \mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_1 /\!/ \mathcal{R}_3}\, e_2 = \frac{\dfrac{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_1+\mathcal{R}_3}}{\mathcal{R}_2+\dfrac{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3}{\mathcal{R}_1+\mathcal{R}_3}}\, e_2$$

$$e_2' = \frac{-\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3\, n_2 I_2}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3+\mathcal{R}_2\mathcal{R}_3}$$

Or $e_2' = -\mathcal{R}_1\,\Phi_{12} \Rightarrow$

$$\Phi_{12} = -\frac{e_2'}{\mathcal{R}_1} = +\frac{\mathcal{R}_3\, n_2 I_2}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3+\mathcal{R}_2\mathcal{R}_3}$$

Théorème de superposition $\Rightarrow$ $\Phi_1 = \Phi_{11} + \Phi_{12}$

$$\Rightarrow \Phi_1 = \frac{(\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_3)\,n_1 I_1 + \mathcal{R}_3\, n_2 I_2}{\mathcal{R}_1\mathcal{R}_2+\mathcal{R}_1\mathcal{R}_3+\mathcal{R}_2\mathcal{R}_3}$$

Loi des mailles (sur schéma initial) $\Rightarrow$

$$e_1 = \mathcal{R}_1\Phi_1 + \mathcal{R}_2\Phi_2 + e_2$$

$$\Rightarrow \Phi_2 = \frac{e_1 - \mathcal{R}_1\Phi_1 - e_2}{\mathcal{R}_2} = \frac{n_1 I_1 + n_2 I_2 - \mathcal{R}_1\Phi_1}{\mathcal{R}_2}$$

(On ne détaille pas plus l'expression !)

Loi des noeuds $\Rightarrow$ $\Phi_3 = \Phi_1 - \Phi_2$

Pour calculer les flux, il faut calculer les réluctances.

$$\mathcal{R}_1 = \frac{l_1}{\mu_1 S_1} = 1{,}88 \cdot 10^7 \, H^{-1};$$

$$\mathcal{R}_2 = \frac{l_2}{\mu S_2} = 3{,}78 \cdot 10^7 \, H^{-1};$$

$$\mathcal{R}_3 = \frac{l_3}{\mu S_3} = 1{,}88 \cdot 10^7 \, H^{-1}.$$

Hypothèse de linéarité :

μ = constante $= 5 \cdot 10^{-5} \, H \cdot m^{-1}$

(voir zone linéaire de la caractéristique B-H)

$\mu = \frac{0{,}1}{2000}$

$\Rightarrow$ A.N. :

$$\begin{cases} \Phi_1 = 3{,}72 \cdot 10^{-5} \, Wb = 37{,}2 \, \mu Wb \\ \Phi_2 = 2{,}11 \cdot 10^{-5} \, Wb = 21{,}1 \, \mu Wb \\ \Phi_3 = 1{,}60 \cdot 10^{-5} \, Wb = 16 \, \mu Wb \end{cases}$$

$$\Rightarrow \boxed{\begin{array}{l} B_1 = \Phi_1 / S_1 = 0{,}124 \, T \\ B_2 = \Phi_2 / S_2 = 0{,}106 \, T \\ B_3 = \Phi_3 / S_3 = 0{,}16 \, T \end{array}}$$

② Si l'on double les intensités I_1 et I_2 alors les relations vues à la réponse précédente montrent que les inductions magnétiques devraient aussi doubler.

MAIS il faut prendre en compte la non-linéarité de la caractéristique B-H et plus précisément les saturations.

Si les intensités doublent, les trois inductions saturent $\Rightarrow$

$$\boxed{B_1 = B_2 = B_3 = 0{,}2 \, T}$$